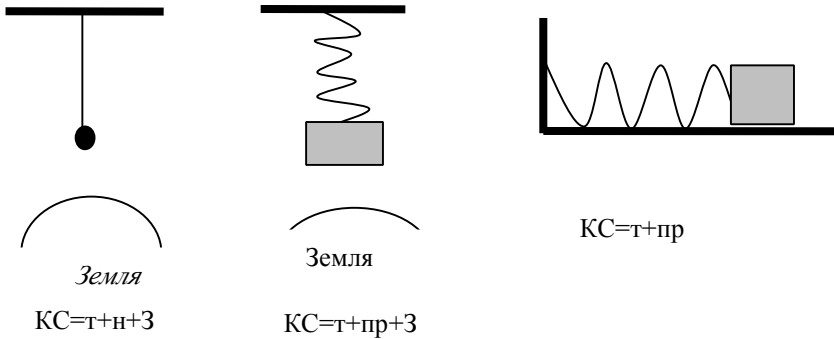
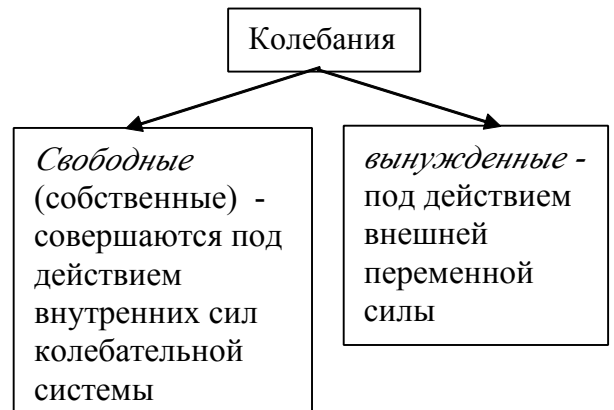


Механические колебания (на примере математического или пружинного маятника). Характеристики колебательных движений: амплитуда, период, частота. Соотношение между периодом и частотой. График колебания.

1. Механическими колебаниями называют движения тел, которые точно (или приблизительно) повторяются через равные промежутки времени. Примерами механических колебаний являются колебания математического (рис.) или пружинного маятников.



Система тел, которая может совершать колебательное движение, называется *колебательной системой*. Примеры колебательных систем см. на рис.



Условия возникновения свободных колебаний:

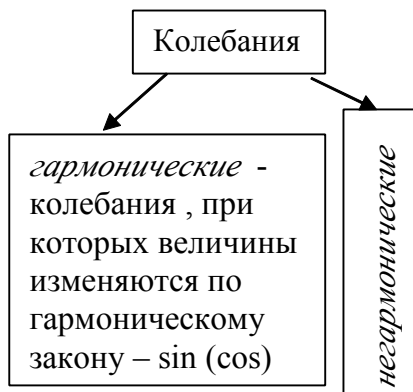
- наличие положения устойчивого равновесия, при котором $R=0$;
- при выведении тела из положения равновесия в КС должна возникнуть сила, стремящаяся вернуть тело в положение равновесия;
- силы трения (сопротивления) в системе должны быть достаточно малы.

2. Основные характеристики колебательного движения:

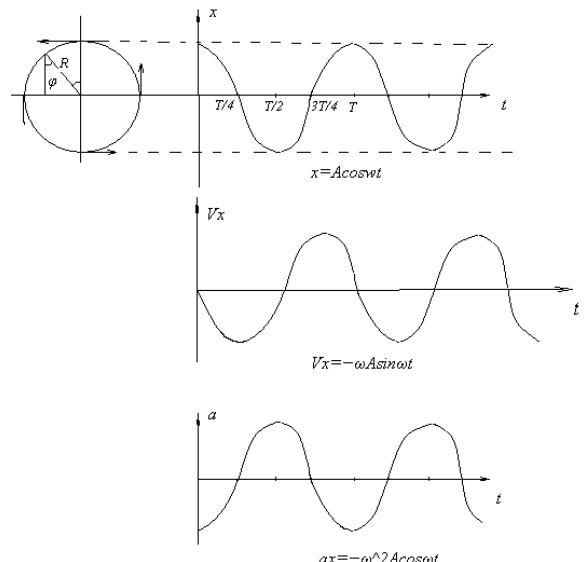
- *смещение* (x) – перемещение относительно положения равновесия, $[x]=м$;
- *амплитуда* (A) – максимальное отклонение от положения равновесия, $[A]=м$;
- *период* (T) – длительность одного полного колебания, $[T]=с$;

$$v = \frac{N}{t}, \quad T = \frac{t}{N} \Rightarrow v = \frac{1}{T};$$

- *циклическая (угловая) частота* (ω) – число колебаний за 2π сек, $[\omega]=рад/с$, $\omega = 2\pi v = \frac{2\pi}{T}$;
- *фаза колебаний* (φ).



3. Простейшей моделью гармонического движения является равномерное движение материальной точки по окружности радиуса R со скоростью v . Проекция точки на вертикальную ось Ox совершает при этом гармоническое колебательное движение.



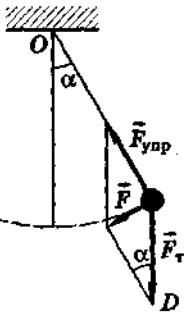
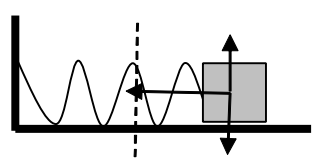
Из Δ : $\cos \varphi = x/R \Rightarrow x = R \cos \varphi$,
 $V_x = -V \sin \varphi = |V = \omega R| = -\omega R \sin \varphi$,
 $a_x = -a \cos \varphi = |a = \omega^2 R| = -\omega^2 R \cos \varphi$,
 Откуда, учитывая, что $R=A$ и $\varphi = \omega t$, получаем следующие уравнения: $x = A \cos \omega t$,
 $V_x = -\omega A \sin \omega t$,
 $a_x = -\omega^2 A \cos \omega t$,

где $\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} t$ - фаза колебаний, которая однозначно определяет состояние колебательной системы в любой момент времени.

Из системы уравнений следует, что 1) $a = -\omega^2 x$, $a + \omega^2 x = 0$ – уравнение гармонических колебаний,

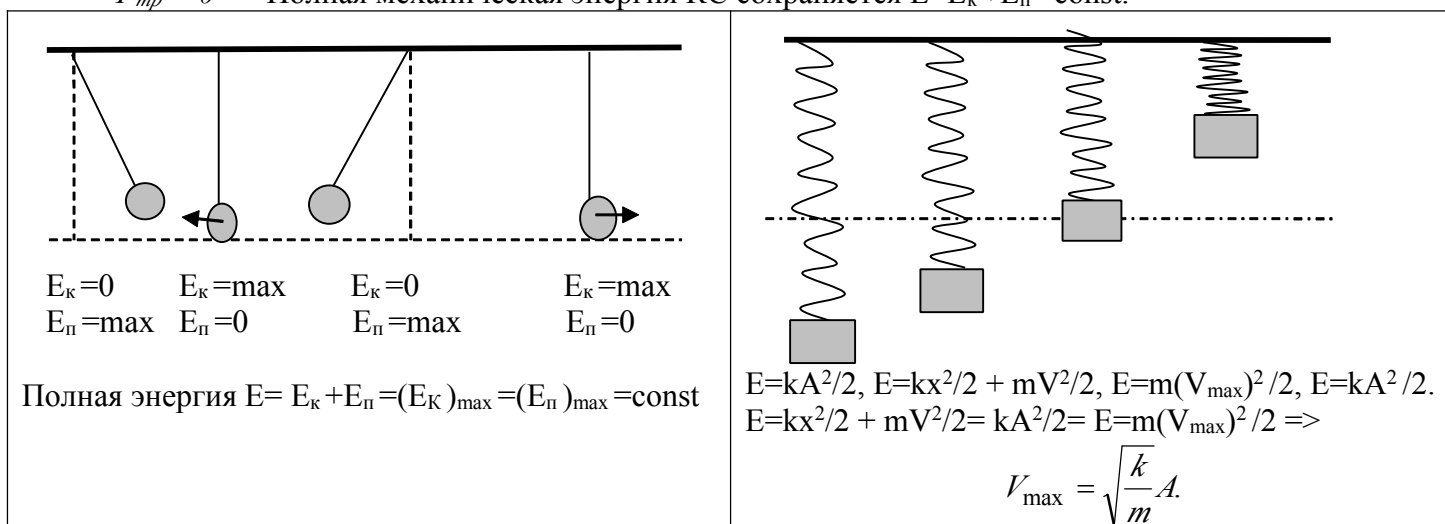
2) $F = ma = -m\omega^2 x \Rightarrow$ Колебательные движения являются *гармоническими*, если происходят под действием силы, прямопропорциональной смещению точки из положения равновесия и направленной противоположно смещению (т.е. к положению равновесия). Для пружинного маятника такой силой является сила упругости ($F_{упр} = -kx$), для математического — равнодействующая сил тяжести маятника и упругости нити подвеса ($F = -mgx/l$).

4. Период колебаний.

Математический маятник	Пружинный маятник
 Математический маятник – идеальная система, состоящая из: 1) нерастяжимой невесомой нити; 2) тела, рассматриваемого как мат. точка ($r \ll l$, $m \gg M_{нити}$). П зН: $\vec{R} = \vec{F}_y + m\vec{g} = m\vec{a}$ ОХ : $ma_x = mgsin\alpha = mgx/l$, Учитывая, что возвращающая сила противоположна смещению: $F_x = ma_x = -gx/l$, $a_x = -gx/l$, $a_x + \frac{g}{l}x = 0$ - уравнение колебаний мат. маятника. Сравнивая с <u>уравнением гармонических колебаний $a + \omega^2 x = 0$</u>, получаем $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ Период колебаний математического маятника не зависит от массы груза и амплитуды колебаний.	 П зН: $\vec{R} = \vec{F}_y + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$ ОХ : $ma = F_y = -kx$, $a = -kx/m$, $a + \frac{k}{m}x = 0$ - уравнение колебаний пруж. маятника. Сравнивая с <u>уравнением гармонических колебаний $a + \omega^2 x = 0$</u>, получаем $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

5. Превращение энергии при колебательном движении.

$F_{mp} \rightarrow 0 \Rightarrow$ Полная механическая энергия КС сохраняется $E = E_k + E_{\pi} = \text{const}$.



6. Колебания бывают: а) *незатухающие* – с постоянной во времени амплитудой;

б) *затухающие* – амплитуда колебаний уменьшается с течением времени вследствие потери энергии колебательной системой.

